

УДК

МНОГОСВЯЗНЫЕ ВРАЩАЮЩИЕСЯ СПИРАЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ
В ОБЪЕМЕ ОБРАЩАЮЩЕГО ВОЛНОВОЙ ФРОНТ ЗЕРКАЛА

© 2009 г. А. Ю. Окулов*, Р. А. Захарян**

*Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, 119991 Москва, Россия

**Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, 249100 Таруса Калужская обл., Россия

Поступила в редакцию 22.01.2009 г.

Обращающие волновой фронт зеркала на Мандельштам-бриллюэновском рассеянии проанализированы с точки зрения сохранения момента импульса излучения. При помощи трехволновой системы уравнений, связывающей поля накачки, стоксовой волны и акустического поля показано, что интерференция оптического вихря, (фазовой сингулярности) волны накачки со встречным фазово-сопряженным вихрем стоксовой волны формирует спиральную интерференционную картину, вращающуюся с угловой частотой, равной частоте гиперзвуковой волны. Вращающаяся интерференционная картина посредством электрострикции раскрывает акустическую спиральную волну, переносщую орбитальный момент импульса. Стандартная квантово-механическая интерпретация вынужденного рассеяния Мандельштама-Бриллюэна, использующая законы сохранения энергии и импульса взаимодействующих оптических фотонов и акустических фононов дополняется описанием передачи орбитального момента импульса от фотона накачки встречному стоксову фотону и спиральному акустическому фонону, представляющему собой круговое движение среды вокруг фазовой сингулярности.

PACS: 42.50.Tx, 42.65.Hw, 42.65.Es, 42.65.Sf, 42.55.-f

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Фазовые сингулярности световых волн представляют значительный интерес с точки зрения оптической обработки информации [1] и квантовых вычислений [2]. Фазовое сопряжение оптических пучков Лагерра–Гаусса (LG), обладающих фазовой сингулярностью и переносящих орбитальный момент импульса величиной \hbar на фотон, было осуществлено при помощи резонансной нелинейности холодных атомов цезия [3] методом невырожденного четырехволнового смешения и рассматривалось как возможный и эффективный метод записи суперпозиционного состояния фотонов с различными проекциями орбитального момента на направление распространения [4] в ансамбле холодных атомов с целью последующего считывания квантового состояния [5]. Отражение LG микроваттной мощности с эффективностью порядка 0.001 от ансамбля из 10^7 атомов цезия, захваченных в оптическую ловушку при температуре 10^{-3} К, было проанализировано с точки зрения сохранения момента импульса и был сделан вывод о возбуждении циркулярного движения газа холодных атомов вокруг фазовой сингулярности [3]. Аналогичным образом было проанализировано сохранение момента импульса в Мандельштам-бриллюэновском (МБ) зеркале при отражении с обращением волнового фронта многомодового излучения, прошедшего через фазовую пластинку [6], и при отражении одиноч-

ного LG [7]. В последнем случае было предложено использовать вращающуюся спиральную интерференционную картину взаимодействия LG со своим фазово-сопряженным пучком для возбуждения спиральных акустических волн внутри оптоакустической ячейки [8].

В настоящей работе этот подход развивается для анализа мелкомасштабной спиральной интерференционной картины встречных волн в МБ зеркале с продольным (вдоль оси распространения) периодом порядка $\lambda/2$. Такая интерференционная картина возникает вокруг нуля амплитуды светового поля (оптической вихревой линии) и приводит во вращение нелинейную среду вокруг него

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Традиционное описание фазового сопряжения стоксовой волны при вынужденном рассеянии Мандельштама–Бриллюэна (ВРМБ) в прозрачном диэлектрике основывается на модели брэгговского отражения от движущейся со скоростью v_{ac} решетки гиперзвука с периодом $\lambda/2$ [9]. Данный механизм отражения обеспечивает сохранение энергии при рассеянии фотона накачки с энергией $\hbar\omega_p$ на акустическом фоне с энергией $\hbar\omega_{ac}$ с образованием стоксова фотона с энергией $\hbar\omega_s$. Сохранение импульса $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}_p = \hbar\mathbf{k}_s + \hbar\mathbf{k}_{ac}$ соответствует возникновению стоксова фотона с

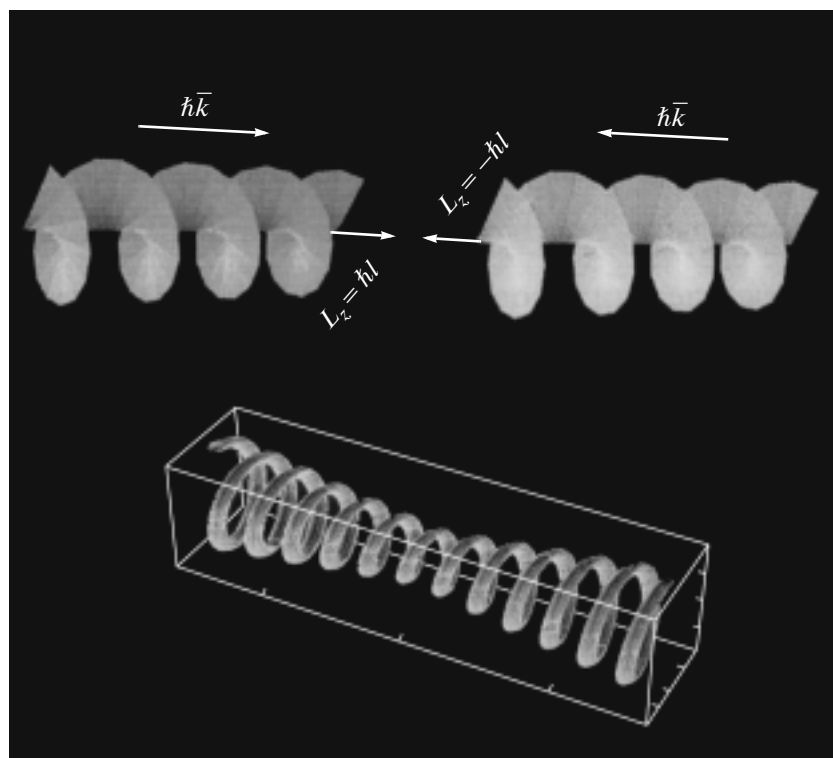


Рис. 1. Механизм образования спиральной интерференционной картины. Оптический фотон с линейной поляризацией и правовинтовым фазовым фронтом, обладающий орбитальным моментом импульса \hbar , отражается от обращаемого волновой фронт (ОВФ) зеркала. При этом происходит распад фотона накачки с импульсом $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}_p$ на стоксов фотон с противоположно направленным импульсом $\hbar\mathbf{k}_s$ и акустический фотон с практически удвоенным импульсом $\hbar\mathbf{k}_{ac} \approx 2\hbar\mathbf{k}_p$. Стоксов фотон имеет фазово-сопряженную волновую функцию, в результате проекция его орбитального момента на ось z противоположна. Сохранение момента импульса требует, чтобы акустический фотон переносил удвоенный орбитальный момент $L_z^{ac} = 2L_z^p = 2\hbar$. Интерференция волновых функций фотона накачки и стоксова фотона дает линии максимумов интерференционной картины в виде двойной спирали вследствие зависимости фазы от азимутального угла ϕ . Показана поверхность постоянной интенсивности по уровню 0.8. Из-за расщепления частот фотона накачки и стоксова фотона интерференционная картина вращается с акустической угловой частотой ω_{ac} .

импульсом $\hbar\mathbf{k}_s$, движущегося навстречу фотону накачки, и акустического фотона, уносящего удвоенный импульс $\hbar\mathbf{k}_{ac} = \hbar\mathbf{k}_p - \hbar\mathbf{k}_s$ в направлении распространения волны накачки z . В классических терминах изменение частоты происходит вследствие нормального эффекта Доплера, понижающего частоту ω_s рассеянного (стоксова) излучения за счет отражения от движущейся со скоростью v_{ac} звуковой решетки на величину частоты гиперзвука $\omega_{ac} = 2\omega_p v_{ac}/c$, где c — скорость света в вакууме, n — показатель преломления диэлектрика. Сдвиг частоты оказывается небольшим, порядка 10^{-5} от несущей частоты [10], поэтому условие Брэгга при нормальном падении приводит к тому, что период звуковой решетки оказывается равным с такой же точностью половине световой длины волны $\lambda/2$. Именно это обстоятельство играет ключевую роль при образовании спиральной

интерференционной картины вокруг оптической вихревой линии (т.е. фазовой дислокации или нуля амплитуды светового поля) (рис. 1) [7].

Нули амплитуды световой волны образуются при прохождении через фазовую пластинку с хаотической модуляцией толщины пластинки. Характерный размер фазовой неоднородности в поперечном сечении подбирается в диапазоне 15–50 мкм [11], что приводит к случайному наклону волнового вектора \mathbf{k}_s при смещении в плоскости фазовой пластинки (в плоскости (x, y)), т.е. к уширению пространственного спектра волны накачки. В результате волновые векторы Фурье-компонент случайным образом заполняют телесный угол $\Omega \approx 10^{-1} - 10^{-2}$ рад. В этом случае комплексная амплитуда спекл-неоднородного поля

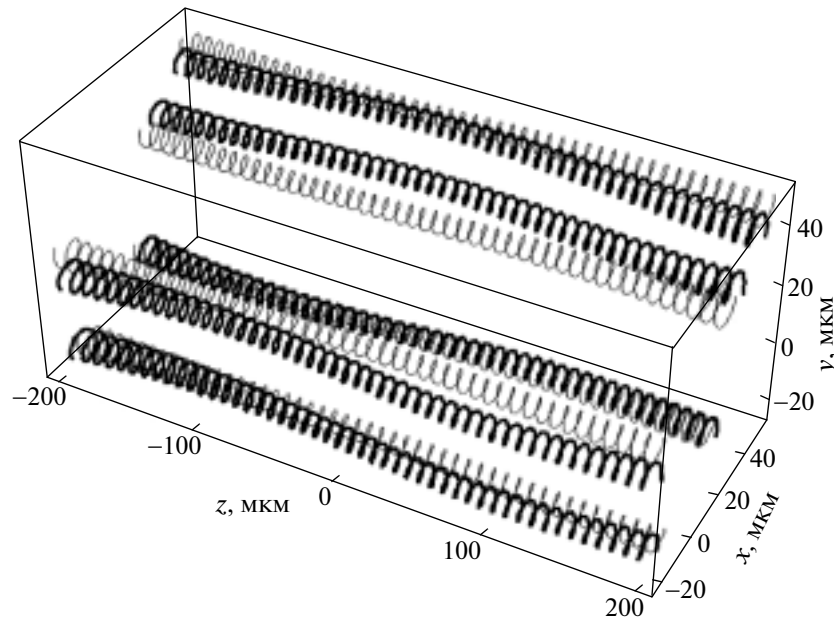


Рис. 2. Мгновенный численный снимок максимумов интерференционной картины в малом объеме ОВФ-зеркала $40 \times 40 \times 200$ мкм. Показано 5 пар спиральных картин, случайно расположенных в плоскости $[x, y]$. Длина объема $l \langle z \rangle = 400$ мкм меньше френелевской длины для данной статистической реализации. При этом оси спиралей не являются прямолинейными, а изгибаются на характерном продольном масштабе 50–100 мкм.

на входе в МБ зеркало может быть записана в виде многомодового случайного поля [12, 13]:

$$E_p(\mathbf{r}, z=0) = E_p^0 \sum_{1 < j_x, j_y < N_g} A_{j_x, j_y} \times \quad (1)$$

$$\times \exp[i2\pi(xj_x \kappa_x / p_x + xj_y \kappa_y / p_y + \theta_{j_x, j_y})],$$

где случайные фазы θ_{j_x, j_y} представляют собой случайные числа из интервала $[0, \pi]$, A_{j_x, j_y} есть действительные амплитуды пространственных гармоник, p_x, p_y – максимальные размеры поля в плоскости $[x, y]$, $\mathbf{r} = (x, y) = (r, \phi)$, j_x, j_y – целые числа в диапазоне $N_g = 1 - (16, 32, 64)$, перенумеровывающие пространственные гармоники. Случайные числа κ_x, κ_y , однородно распределенные в малом интервале вблизи 1, обеспечивают случайный наклон волновых векторов пространственных Фурье-компонент в телесном угле $\Theta \leq 10^{-1} - 10^{-2}$ рад. Для параксиального распространения в свободном пространстве в приближении заданной волны накачки можно написать точное решение задачи Коши в произвольной плоскости, перпендикулярной оси z [14]:

$$E_p(\mathbf{r}, z) = E_p^0 \sum_{1 < j_x, j_y < N_g} A_{j_x, j_y} \exp[i\{kz + \theta_{j_x, j_y} + 2\pi(xj_x \kappa_x / p_x + xj_y \kappa_y / p_y + (z/2k_p)(\kappa_x^2 j_x^2 / p_x^2 + \kappa_y^2 j_y^2 / p_y^2))\}]. \quad (2)$$

Нелинейный режим, учитывающий взаимодействие встречных волн на стрикционной нелиней-

ности, описывается укороченными уравнениями Максвелла с нелинейной поляризацией в правой части [9]. Они описывают линейно поляризованную волну накачки E_p , движущуюся в положительном направлении оси z , в то время как отраженная стоксова волна E_s с той же поляризацией движется в противоположном направлении, создавая набор случайно расположенных спиральных интерференционных картин (рис. 2). Уравнения для E_p, E_s и акустического поля Q в цилиндрических координатах z, r, ϕ, t , совмещенных с оптической вихревой линией, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_p(r, z, \phi, t)}{\partial z} + \frac{\partial E_p(z, r, \phi, t)}{c \partial t} + \frac{i}{2k} \Delta_{\perp} E_p &= \\ &= + \frac{i\gamma \omega_p}{4\rho_0 n c} E_s Q, \\ \frac{\partial E_s(r, z, \phi, t)}{\partial z} - \frac{\partial E_s(z, r, \phi, t)}{c \partial t} + \frac{i}{2k} \Delta_{\perp} E_s &= \\ &= - \frac{i\gamma \omega_s}{4\rho_0 n c} E_p Q^*, \\ V_a \frac{\partial Q(r, z, \phi, t)}{\partial z} + \frac{\partial Q(z, r, \phi, t)}{c \partial t} + \frac{\Gamma Q}{2} &= \\ &= + \frac{i\gamma k_a^2}{4\rho_0 n c} E_p E_s^*. \end{aligned} \quad (3)$$

где $\gamma = \rho(\partial \epsilon / \partial \rho)_s$ – стрикционная константа связи, ρ_0 – плотность среды [15].

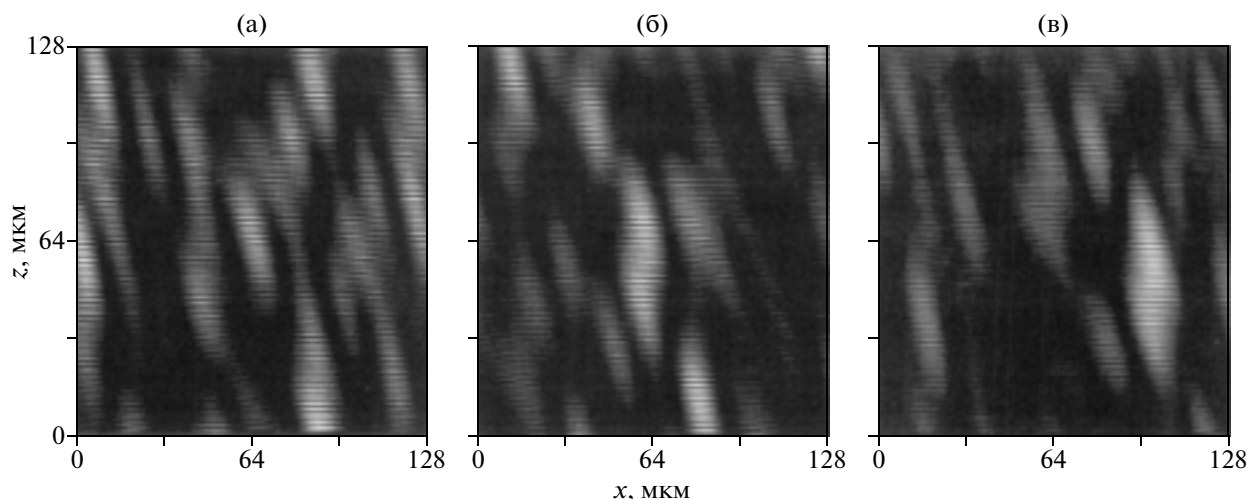


Рис. 3. Полученное численным моделированием распределение интенсивности света в малом объеме спекл-поля внутри ОВФ-зеркала в плоскостях $[z, x]$, разнесенных на расстояния $y = 32$ (а), 64 (б), 96 мкм (в). Средний поперечный размер спекла $\langle D \rangle = 20$ мкм. Средний продольный размер спекла (френелевская длина) $\langle z \rangle = \langle D \rangle^2 / \lambda = 400$ мкм. Полный размер данного фрагмента спекл-поля 128×128 мкм² в плоскости $[z, x]$. Период продольной модуляции спекла $\cos[(k_p + k_s)z]$, вызванной интерференцией встречных волн, увеличен на данном фрагменте в 32 раза в целях визуализации.

КАЧЕСТВЕННАЯ СТРУКТУРА РЕШЕНИЙ

Можно выделить два характерных случая: пространственно одномодовое ВРМБ, типичное для рассеяния в волноводе с малым числом Френеля,

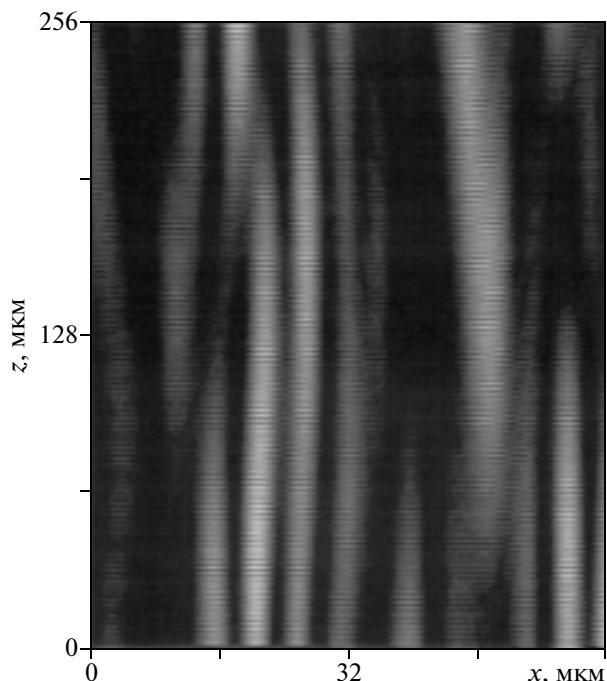


Рис. 4. Увеличенный фрагмент интерференционной картины рис. 3. Оптические вихревые линии имеют характерную длину порядка френелевской $\langle z \rangle = \langle D \rangle^2 / \lambda$. На этой длине имеет место многократный изгиб каждой вихревой линии. Кроме этого, происходит взаимное переплетение вихревых линий.

и многомодовое рассеяние [10, 11], реализуемое с помощью случайной фазовой пластинки, многомодового световода и линзы, доставляющей спекл-неоднородное поле на входной торец световода. Принимая во внимание вытянутость неоднородностей спекл-поля вдоль оси z [9], где $\langle z \rangle \approx \langle D \rangle^2 / \lambda$ — средний размер неоднородности вдоль спекла, $\langle D \rangle$ — средний размер в поперечной плоскости, можно написать аналитическое выражение для комплексной амплитуды прямой (E_p) и обратной (E_s) волн как вблизи фазовой сингулярности с топологическим зарядом ℓ , так и вблизи светлого пятна, где профиль фазы описывается гладкой функцией $\chi(z, r)$:

$$E_{p,s}(z, r, \phi, t) = E_{p,s}^0 r^\ell \times \exp[-i\omega_{p,s}t \pm ik_{p,s}z + \chi(z, r) \pm i\ell\phi] f(z, r), \quad (4)$$

где $f(z, r)$ — гладкая функция без нулей, вытянутая вдоль оси z , с характерными масштабами по осям $\langle z \rangle$ и $\langle D \rangle$. В случае одномодового рассеяния интерференционная картина, образованная двумя прямолинейно распространяющимися встречными волнами LG, описывается следующей формулой в окрестности фазовой сингулярности [7]:

$$I(z, r, \phi, t) \approx |E|^2 = |E_p + E_s|^2 \approx \{1 + \cos[(\omega_p - \omega_s)t - (k_p - k_s)z + 2\ell\phi]\} r^{2\ell} |f(z, r)|^2. \quad (5)$$

В окрестности яркого пятна, где топологический заряд равен нулю ($\ell = 0$), интерференционная

картина имеет вид обычной брэгговской решетки [7]:

$$I(z, r, \phi, t) \approx |E|^2 = |E_p + E_s|^2 \approx \{1 + \cos[(\omega_p - \omega_s)t - (k_p - k_s)z]\} |f(z, r)|^2. \quad (6)$$

При пространственно многомодовом рассеянии поле накачки E_p образовано набором плоских волн с волновыми векторами, лежащими в телесном угле $\Omega \approx 10^{-1} - 10^{-2}$ рад. Интерференция плоских волн дает в плоскости $[x, y]$ набор точек, где амплитуда поля обращается в нуль. В малой окрестности этих особых точек распределение фазы образует винтовую лестницу [1, 9], так что при обходе такой особой точки по замкнутому контуру фаза меняется на $\Delta\phi = \pm 2\pi\ell$, где знак $\pm\ell$ определяет направление закручивания фазовой поверхности. Физический смысл такого поведения фазы заключается в потоке энергии вокруг фазовой сингулярности. Кроме компоненты вектора Пойнтинга вдоль оси S_z существует тангенциальная компонента S_θ , описывающая поток энергии и импульса электромагнитного поля по направлению часовой стрелки или против нее в зависимости от знака топологического заряда оптической сингулярности $\pm\ell$. В подавляющем большинстве случаев сингулярности образуют пары с противоположными зарядами [6, 7, 16]. Каждой сингулярности при этом соответствует сингулярность акустического поля [17], совмещенная с нулем амплитуды оптического спекла [6, 7]. При смещении вдоль оси z комплексная амплитуда пересчитывается по формуле (2). При этом смещении нули амплитуды двигаются по криволинейным траекториям [6, 16], образуя так называемые оптические вихревые линии. Характерная длина оптической вихревой линии порядка френелевской длины $\langle z \rangle \approx \langle D \rangle^2 / \lambda$ [9], так что на длине световода $L \gg \langle z \rangle \approx \langle D \rangle^2 / \lambda$ происходит многократное рождение и взаимная аннигиляция вихревых пар (рис. 3) [6, 16]. Результат интерференции двух встречных многомодовых спекл-полей с учетом мелкомасштабной структуры на брэгговском масштабе $\lambda/2$ рассчитывался численно по следующей формуле:

$$I(z > 0, x, y, t = \text{const}) \approx |E|^2 = |E_p(z, x, y) + E_s(z, x, y)|^2, \quad (7)$$

куда подставлялись распределения, полученные суммированием рядов Фурье для E_p и $E_s(z, x, y) = E_p^*(z, x, y)$. Полученная таким способом продольная развертка оптического спекла показывает, что оптические вихревые линии закручиваются друг вокруг друга (рис. 4). Таким образом, имеет место не только поток энергии—импульса вокруг каждой вихревой линии, но и взаимное “обвинение” вихревых линий. Несмотря на статистиче-

ский характер оптического спекла, такие образования воспроизводятся от одной статистической реализации полей E_s и E_p к другой. Такие спекл-образования оказываются структурно устойчивыми, несмотря на то, что размеры $\langle z \rangle$ и $\langle D \rangle$ меняются случайным образом. Данный результат оказывается весьма неожиданным, поскольку в предшествующих работах фазовые сингулярности визуализировались методом смещения спекл-поля с плоской волной [16], который не дает возможности получить контраст, достаточный для визуализации данного эффекта. Предложенный в данной работе метод визуализации вихревых линий в спекл-поле (формулы (2) и (7)) существенным образом опирается на смещение спекла со встречной фазово-сопряженной волной.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе показано, что сохранение орбитального момента импульса (порядка \hbar на каждый фотон), локализованного вблизи оптической фазовой сингулярности, является причиной возникновения спиральной интерференционной картины вокруг особых линий спекл-поля в обрабатываемом волновой фронт (ОВФ) зеркале. Расщепление частот волн накачки и встречной фазово-сопряженной волны приводит к вращению этой картины вокруг сингулярности со звуковой частотой ω_{ac} . Продольная интерференционная картина, полученная гетеродинамированием спекла накачки с комплексно-сопряженным спеклом демонстрирует нетривиальную топологию оптических вихревых линий (рис. 4). Полученные результаты представляют интерес не только для уточнения механизма работы традиционных ОВФ-зеркал на стрикционной [9, 11] или фоторефрактивной нелинейности [18], но и с точки зрения квантовой оптики ультрахолодных атомов [2, 3, 5, 19].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 08–02–01229.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Soskin M.S., Vasnetsov M.V.* // *Prigr. Opt.* / Ed. By Wolf E. Amsterdam: Elsevier, 2001. V. 42. P. 219–276.
2. *Fleishhauer M., Imamoglu A., Marangos J.P.* // *Rev. Mod. Phys.* 2005. V. 77. P. 63.
3. *Petrov D.V., Tabosa J.W.R.* // *Phys. Rev. Lett.* 1999. V. 83. P. 4967.
4. *Leach J., Padgett M.J., Barnett S.M., Granke-Arnold S., Cortial J.* // *Phys. Rev. Lett.* 2002. V. 88. P. 257901.
5. *Barreiro S., Tabosa J.W.R., Torres Juan P., Deyanova Y., Torner Lluís* // *Opt. Lett.* 2004. V. 29. P. 1515.
6. *Окулов А.Ю.* // Псьма в ЖЭТФ. 2008. Т. 88. С. 561.
7. *Okulov A. Yu.* // *J. Phys. B.* 2008. V. 41. P. 101001.

8. *Жаров В.П., Летохов В.С.* Лазерная оптико-акустическая спектроскопия. М.: Наука, 1984.
9. *Зельдович Б.Я., Пилипецкий Н.Ф., Шкунов В.В.* // Обращение волнового фронта. М.: Наука, 1985. 248 с.
10. *Басов Н.Г., Зубарев И.Г., Миронов А.Б., Михайлов С.И., Окулов А.Ю.* // ЖЭТФ. 1980. Т. 79. В. 11. С. 1678.
11. *Рагульский В.В.* Обращение волнового фронта. М.: Наука, 1990.
12. *Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С.* Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981.
13. *Okulov A.Yu.* // J. Mod. Opt. 1991. V. 38. № 10/ P. 1887.
14. *Okulov A.Yu.* // JOSA. B. 1990. V. 7. P. 1045.
15. *Boyd R.W., Rzazewsky K., Narum P.* // Phys. Rev. A. 1990. V. 42. P. 5514.
16. *Баранова Н.Б., Зельдович Б.Я., Мамаев А.В., Пилипецкий Н.Ф., Шкунов В.В.* // ЖЭТФ. 1982. Т. 83. С. 1782.
17. *Thomas J.-L., Marchiano R.* // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91. P. 244302.
18. *Мамаев А.В., Saffman J., Zozulya A.A.* // Phys. Rev. A. 1996. V. 56. P. R1713.
19. *Tabosa J.W.R., Lezama A.* // J. Phys. B. 2007. V. 40. P. 2809.